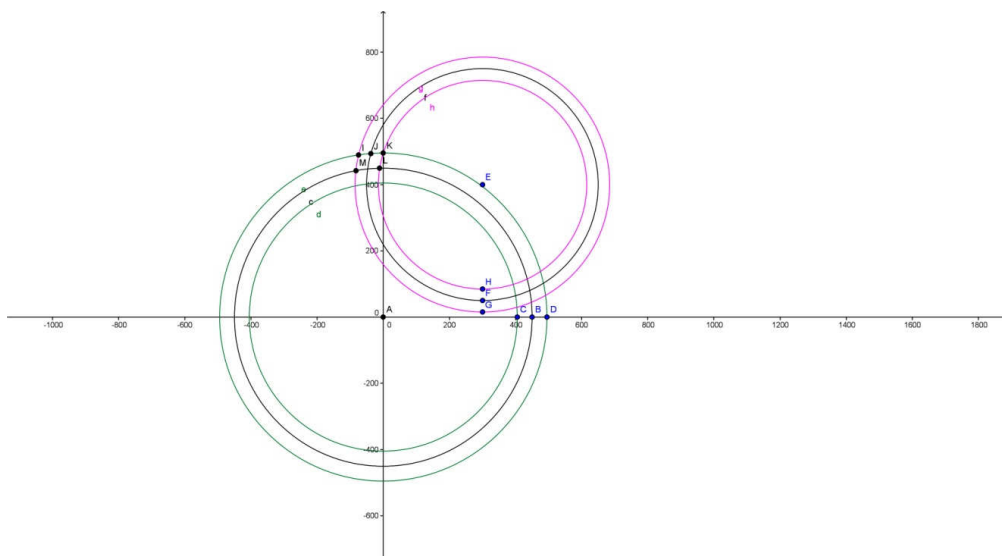


Forse, un forziere

Problema di luglio 2010

Per inquadrare il problema occorre fissare un sistema di riferimento cartesiano ortogonale avente l'origine O nel punto A in cui il committente ha lanciato il primo rivelatore monouso e gli assi disposti secondo i punti cardinali (asse x positivo diretto verso est, asse y positivo diretto verso nord, ecc...). In questo sistema di riferimento le coordinate del punto in cui è stato lanciato il secondo rivelatore diventano $E(300, 400)$.

Tracciamo dai punti $A \equiv O$ ed E le corone circolari aventi raggi minore-maggiore rispettivamente $405-495$ e $315-385$ otteniamo le zone individuate dai due rivelatori separatamente.



L'area in cui si trova effettivamente il forziere è data dall'intersezione delle due corone circolari e risulta composta da due distinte e separate aree. Dal punto di vista algebrico dette aree sono le soluzioni di quattro disequazioni a due variabili messe a sistema:

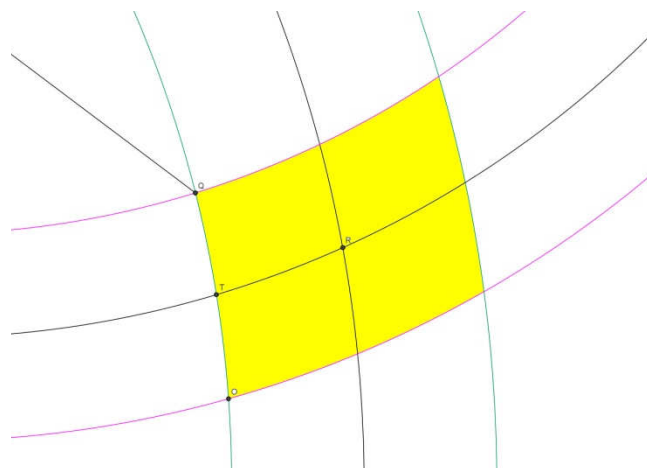
$$\begin{cases} x^2 + y^2 > 405 \\ x^2 + y^2 < 495 \\ (x - 300)^2 + (y - 400)^2 > 315 \\ (x - 300)^2 + (y - 400)^2 < 385 \end{cases}$$

Le aree così individuate sono simmetriche rispetto alla retta s di equazione $-4x + 3y = 0$ congiungente i centri A ed E delle due circonferenze (o anche delle corone circolari). Ciascuna di queste due aree ha una superficie di circa 6500m^2 e se anche si riuscisse a sapere in quale delle due si trova il forziere, non sarebbe esplorabile dal committente che ha una capacità di perlustrazione non superiore a 3000m^2 .

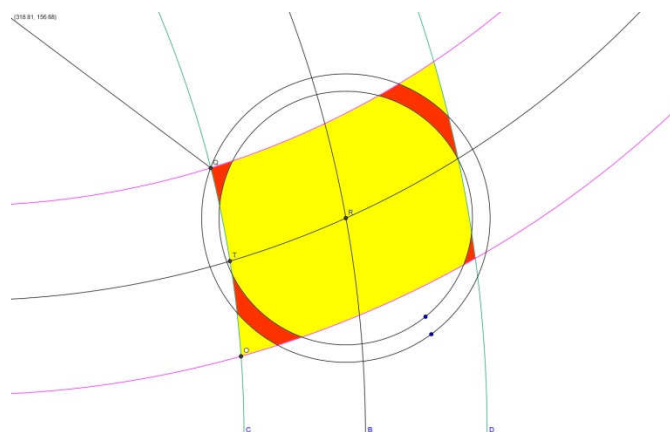
Per scoprire in quale delle due aree si trovi il forziere si deve ricorrere ai due ultimi rivelatori. Il compito di questi è duplice e cioè devono individuare l'area giusta e restringere ulteriormente la zona in cui fare la ricerca. Per quanto riguarda il primo compito, una soluzione consisterebbe nel lancio anche di uno solo dei due ultimi rivelatori purché ciò avvenisse in un punto non solo non appartenente alla retta s ma anche piuttosto distante da essa. Quest'ultima condizione è necessaria poiché se il lancio avvenisse proprio in un punto appartenente ad s tale

punto sarebbe ovviamente equidistante dalle due aree e quindi non sapremmo come interpretare il responso del rivelatore potendosi attribuire la localizzazione del forziere indifferentemente all'una o all'altra area. Inoltre, bisogna tenere conto dell'incertezza del responso degli apparecchi che si aggira intorno al $\pm 10\%$ e quindi se la distanza del punto di lancio del rivelatore da una delle aree non supera del suddetto 10% (o, simmetricamente, non è inferiore della stessa quantità) la distanza dalla seconda area (o almeno di qualche punto appartenente ad esse), la localizzazione sarebbe ugualmente impossibile. Poiché la distanza minima tra le due aree corrisponde alla lunghezza del segmento PQ che è di circa 509,61m, una buona soluzione sarebbe quella di lanciare il rivelatore in un punto appartenente al segmento PQ ma al fuori della zona distante 13,41m da entrambi i versanti rispetto al punto medio M_1 . Il rivelatore che indica la distanza minore individua correttamente l'area in cui si trova il forziere.

Tutto ciò però è inutile poiché il committente non riuscirebbe ad esplorare tutta l'area che, come abbiamo detto, si aggira intorno ai $6500m^2$, evidenziata in giallo nel disegno seguente.



Bisogna individuare con maggiore precisione la zona in cui lanciare gli ultimi due rivelatori. Tenendo conto che il margine di incertezza del 10% si applica al valore misurato e che tradotto in errore assoluto identifica la larghezza della corona circolare, è conveniente lanciare il rivelatore in un punto in cui i possibili responsi siano affetti dalla minore possibile incertezza assoluta. Tenendo conto di ciò i migliori punti sarebbero i baricentri delle due aree.



Ma anche questa soluzione non andrebbe bene poiché il rivelatore potrebbe indicare una distanza tale che ad essa corrisponderebbero fino a quattro zone diverse da esplorare (in rosso

nel disegno precedente) violando così l'indicazione del committente che dice di poter esplorare **"solo un'unica area ben delimitata del fondale, non superiore a 2000 o 3000 metri quadrati"**. Se anche si pensasse di esplorare tutta la corona circolare nel peggiore dei casi si potrebbe arrivare ad un valore di oltre 6600m² che supera il limite imposto dal committente.

Tenuto conto di tutte le precedenti considerazioni, i punti in cui lanciare gli ultimi due rivelatori coincidono con i punti estremi delle aree individuate dalle intersezioni delle corone circolari dei primi due rivelatori e sono:

1) uno a scelta fra i seguenti due punti:

Z (403,94; 29,3) cioè 403,94m est e 29,3m nord dell'origine (lancio del primo rivelatore);

oppure

K' (475,29; 138,28) cioè 475,29m est e 138,28m nord " " " " "

2) uno a scelta fra i seguenti due punti:

K (-0,33,94; 495) cioè 0,33m ovest e 495m nord dell'origine (lancio del primo rivelatore);

N (-84,98; 395,98) cioè 84,98m ovest e 395,28m nord " " " " "

Una volta effettuati contemporaneamente i due lanci si assume che l'area da esplorare sia quella adiacente all'indicatore che fornisce il valore inferiore. Quindi si disegna su una carta la corona circolare avente raggio medio uguale al valore fornito dal rivelatore e larghezza corrispondente al $\pm 10\%$ e la si interseca con l'area individuata dai primi due lanci restringendo così l'area da esplorare ad un valore massimo di circa 1400m² (nel peggiore dei casi) che rientra nei limiti indicati dal committente.